$Bern(p)$ $\quad \mathbb{E}(X) = p \quad var(X) = (1-p)p$

$Bin(n,p) \quad p_X(x) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \mathbb{E}(X) = np$

$Geom(p) \quad p_X(k) = (1-p)^{k-1}p \quad \mathbb{E}(X) = 1/p$

$Hyper(N,K,n) \quad p_X(k) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}} \quad \mathbb{E}(X) = n\frac{K}{N}$

$Pois(\lambda) \quad p_X(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} \quad \mathbb{E}(X) = \lambda \quad var(X) = \lambda$

Bayes
$P(B_j|A) = \frac{P(B_j)P(A|B_j)}{P(A)}$

VOUP
$P(A) = \sum_i P(B_i)P(A|B_j)$

LOTUS
$$\mathbb{E}(g(X)) = \sum_{x \in Im(X)} g(x)P(X=x)$$

$$\{w \mid Y(\omega) = y\} = \bigcup_{x \in Im(X) \mid g(x) = y} \{\omega \mid X(\omega) = x\}$$

$Exp(\lambda) \quad f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad \mathbb{E}(X) = 1/\lambda \quad var(X) = 1/\lambda^2$

$N(\mu, \sigma^2) \quad f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \mathbb{E}(X) = \mu \quad var(X) = \sigma^2$

$U(0,1)$ $\quad var(X) = \frac{1}{12}(b-a)^2$

$Gamma(w, \lambda) \quad f_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{1}{\Gamma(w)}\lambda^w x^{w-1} e^{-\lambda x} & x \geq 0 \end{cases} \quad \mathbb{E}(X) = \frac{w}{\lambda} \quad var(X) = \frac{w}{\lambda^2}$

$=$ součet $w$ n.n.v. $Exp(\lambda)$

1) Nechť $X$ n.v. s dist. funkcí $F$ (spojitou) pak $F(X) \sim U(0,1)$

$$F_Y(y) = P(F(X) \leq y) = \begin{cases} 0 & y \leq 0 \\ 1 & y \geq 1 \\ P(X \leq x) = F(x) = y \end{cases}$$

rostoucnost

$\forall F, Q : Q(p) \leq x \iff F(x) \geq p \qquad \in \{0,1\}$

$$F_X(x) = P(Q(U) \leq x) = P(U \leq F(x)) = F(x)$$

2) $F$ dist. funkce, $Q$ odpovídající kvantilová. Nechť $X = Q(U(0,1))$. Pak $F_X = F$.

$X_1, \ldots X_n$ n.n.v. se stř. hodnotou $\mu$ a rozptylem $\sigma^2$. $S_n = (X_1 + \ldots + X_n)/n$. Pak $\forall \varepsilon$ platí:

$$\lim_{n\to\infty} P(|S_n - \mu| \geq \varepsilon) = 0$$

Přes linearitu spočítáme střední hodnotu $S_n$. Poté spočítáme varianci $S_n$, kde zbyde ve jm. $n$. Nakonec dosadíme do Čebyševa a zlimitíme.

spojitý LOTUS
$$\mathbb{E}(g(X,Y)) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x,y) f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy$$

kovariance
$$cov(X,Y) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$$

Cauchyho $\quad \mathbb{E}(XY) \leq \sqrt{\mathbb{E}(X^2)\mathbb{E}(Y^2)}$

Markovova $\quad P(X \geq a) \leq \frac{\mathbb{E}(X)}{a}$ $\quad$ X je nezáporné $\quad$ přes větu o úplné stř. h.

Čebyševova $\quad P(|X - \mu| \geq a \cdot \sigma) \leq \frac{1}{a^2}$ $\quad$ stř. h. $\quad$ var $\quad$ $Y = (X-\mu)^2$ pak přes Markova

$X_1, \ldots X_n$ n.n.v. se stř. hodnotou $\mu$ a rozptylem $\sigma^2$. Nechť $Y_n = ((X_1 + \ldots + X_n) - n\mu)/(\sqrt{n} \cdot \sigma)$. Pak $Y_n$ konverguje k $N(0,1)$, neboli pokud $F_n$ je dist. funkce k $Y_n$ tak se se zvětšujícím $n$ blíží $F_{N(0,1)}$.

korelace
$$\rho(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{var(X)var(Y)}}$$

quantilová funkce
$$Q_X(p) = \min\{x \in \mathbb{R} : p \leq F_X(x)\}$$

nestranný: $\quad \vartheta = \mathbb{E}(\hat{\Theta}_n)$

konzistentní: $\quad \hat{\Theta}_n \xrightarrow{P} \vartheta$

bias (vychýl.): $\quad \mathbb{E}(\hat{\Theta}_n) - \vartheta$

$$MSE = \mathbb{E}((\hat{\Theta}_n - \vartheta)^2)$$

$$\hat{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

kons. nest. odhad $\mu$

$$\overline{S}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \hat{X}_n)^2$$

kons. as. nest. odhad $\sigma^2$

$$\hat{S}_n = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \hat{X}_n)^2$$

kons. nest. odhad $\sigma^2$

$$L(x;\vartheta) = L(x_1;\vartheta) \cdot \ldots \cdot L(x_n;\vartheta)$$

$$\ell(x;\vartheta) = \ell(x_1;\vartheta) + \ldots + \ell(x_n;\vartheta)$$

$$\ell(x;\vartheta) = \log(L(x;\vartheta))$$

podm. prav.
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

náhodná veličina
$$\forall x : \{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{F}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

diskrétní: pokud obor hodnot X je spočetný

spojitá: pokud existuje nezáporná reál. $f_X$ t.ž.

pmf
$$p_X(x) = P(X = x) = P(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) = x\})$$

$$\underbrace{F_X(x)}_{=\text{ cdf}} = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \underbrace{f_X(t)}_{=\text{ pdf}} dt$$

n.n.v. $\forall x, y$
$$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$$

n.n.v. $\forall x, y$
$$P(X \leq x, Y \leq y) = P(X \leq x)P(Y \leq y)$$

margin. roz.
$$p_X(x) = \sum_{Y \in Im(Y)} p_{X,Y}(x, y)$$

margin. hus.
$$f_X(x) = \int_{y \in \mathbb{R}} f_{X,Y}(x, y) dy$$

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{x \in Im(X)} x \cdot P(X = x)$$

podm. hustota
$$p_{X|Y}(x|y) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(Y = y)} = \frac{p_{X,Y}(x, y)}{p_Y(y)}$$
platí i pro spojité v.

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx$$

pro diskrétní Z = X+Y platí

důkaz rozepsání z def.

$$P(Z = z) = \sum_{x \in Im(X)} P(X = x, Y = z - x)$$

$f_{Z|X}(z|x) = f_Y(z - x)$
$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) f_Y(z - x) dx$$

$$var(X) \geq 0 \qquad var(aX) = a^2 var(X) \qquad var(X + a) = var(X)$$

oboje je rozepsání stř. h. z definice a hraní se sumama nebo integrálama

$$var(X) \overset{\text{def.}}{=} \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2) \overset{\text{ez.}}{=} \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2$$

$$\mathbb{E}(X) = \sum_i \mathbb{E}(X \mid B_i) P(B_i)$$

pro n.n.v.
$$var(X_1 + \ldots + X_n) = var(X_1) + \ldots + var(X_n)$$

empirická
$$\hat{F}_n(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} I(X_i \leq x)}{n}$$

$$E_i = n\vartheta_i$$
$$\chi^2 = T = \sum_{i=1}^{k} \frac{(X_i - E_i)^2}{E_i}$$
$$Q \sim \chi^2_{k-1}$$
zamítneme, když $T > F_Q^{-1}(1 - \alpha)$

o rozkladu hustoty
$$F_X(x) = \sum_i P(B_i) F_{X|B_i}(x)$$
platí i pro $f_X$

$$P(\hat{\Theta}^- \leq \vartheta \leq \hat{\Theta}^+) \geq 1 - \alpha$$

$$m_r(\vartheta) = \mathbb{E}(X^r)$$
$$\widehat{m_r(\vartheta)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^r$$
$$\mathbb{E}(X) = \underset{\text{stř.}}{\mu}$$
$$\mathbb{E}(X^2) = \underset{\text{var.}}{\sigma^2} + \mu^2$$